

Algebra 1
Übungsblatt 3

Abgabe bis 12:00 Uhr am Mittwoch, den 31. Oktober 2018, im Postfach
Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die Gruppe $(\mathbb{Q}, +)$ nicht endlich erzeugt ist.

Aufgabe 2. Seien G eine Gruppe und $K \leq G$ eine Untergruppe vom Index n in G . Zeigen Sie, dass

- (1) $g^n \in K$ gilt für alle $g \in G$, falls $K \triangleleft G$,
- (2) dies aber im Allgemeinen nicht gilt, falls K kein Normalteiler von G ist.

Aufgabe 3. Seien G eine Gruppe, N ein Normalteiler von G von endlichem Index in G und H eine Untergruppe von G , deren Ordnung endlich und teilerfremd zum Index $|G : N|$ von N in G ist. Zeigen Sie, dass H in N enthalten ist.

Aufgabe 4. Es bezeichne \mathbb{F}_2 den Körper mit zwei Elementen sowie, wie gewohnt, S_3 die symmetrische Gruppe vom Grad 3. Zeigen Sie, dass

$$\mathrm{SL}_2(\mathbb{F}_2) \cong S_3$$

gilt.