

Mathematik für Naturwissenschaften I
Übungsblatt 12

Abgabe bis 10:00 Uhr am Donnerstag, den 16. Januar 2020, im Postfach
Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

Aufgabe 1. Gegeben sei eine komplexe Zahl $z = a + ib$. Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen ebenfalls in dieser Form:

(a)
$$z_1 := z + (\bar{z})^{-1},$$

(b)
$$z_2 := \bar{z}^2 + z^{-2}.$$

Aufgabe 2. Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten, d.h. in der Form $re^{i\phi}$:

(a)
$$z_3 := \frac{1 + \sqrt{3}i}{2},$$

(b)
$$z_4 := \frac{1 - i}{1 + i}.$$

Aufgabe 3. Gegeben seien ein Körper K und K -Vektorräume V und W , sowie eine K -lineare Abbildung $f : V \rightarrow W$. Zeigen Sie: f ist genau dann injektiv, wenn $\ker(f) = \{0\}$.

Aufgabe 4. Welche der folgenden Abbildungen $g_i : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sind \mathbb{R} -linear? Begründen Sie Ihre Antworten.

(a)
$$g_1 : (x, y) \mapsto (x - y, -x + 2y),$$

(b)
$$g_2 : (x, y) \mapsto (x - 1, -x + 2y),$$

(c)
$$g_3 : (x, y) \mapsto (x - y, -x + y^2),$$

(d)
$$g_4 : (x, y) \mapsto (x - y, -2xy).$$