

Präsenzübungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 8

Präsenzaufgabe 29. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden quadratischen Kongruenzen:

(a) $2x^2 + 3x + 1 \equiv 0 \pmod{7}$;

(b) $3x^2 + x + 4 \equiv 0 \pmod{7}$.

Präsenzaufgabe 30. Seien p eine Primzahl $\neq 2$ und g eine Primitivwurzel modulo p . Zeigen Sie: Die Potenzen g^2, g^4, \dots, g^{p-1} sind paarweise nicht kongruente quadratische Reste, die Potenzen g, g^3, \dots, g^{p-2} sind paarweise nicht kongruente quadratische Nichtreste modulo p .

Präsenzaufgabe 31. Bestimmen Sie die Reste bei Division durch 23 für

$$2^{11}, 3^{11}, 4^{11}, 5^{11}, 21^{11}, 22^{11}.$$

Präsenzaufgabe 32. Bestimmen Sie die folgenden Legendre-Symbole:

(a) $\left(\frac{3}{29}\right), \left(\frac{35}{281}\right), \left(\frac{65}{307}\right), \left(\frac{-198}{71}\right)$;

(b) $\left(\frac{3}{73}\right), \left(\frac{17}{73}\right), \left(\frac{19}{281}\right), \left(\frac{241}{599}\right)$.