

## Präsenzübungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 11

**Präsenzaufgabe 41.** (a) Ein primitives pythagoreisches Tripel  $(x, y, z)$  mit geradem  $x$  hat bekanntlich die Form  $(2uv, u^2 - v^2, u^2 + v^2)$  mit  $u > v > 0$ ,  $u$  und  $v$  teilerfremd,  $u$  und  $v$  nicht beide ungerade. Zeigen Sie, dass  $\frac{y+z}{x} = \frac{u}{v}$ .

(b) Überprüfen Sie, dass  $(28, 45, 53)$  ein primitives pythagoreisches Tripel ist und berechnen Sie die zugehörigen Zahlen  $u$  und  $v$ .

**Präsenzaufgabe 42.** Seien  $p$  eine Primzahl und  $x, y, z$  ganz. Zeigen Sie:

(a)  $x^p + y^p = z^p \implies p \mid x + y - z$ ;

(b)  $x^{p-1} + y^{p-1} = z^{p-1} \implies p \mid x$  oder  $p \mid y$  oder  $p \mid z$ .

**Präsenzaufgabe 43.** Welche der Zahlen  $n = 150, 151, 152, 153, 154$  ist eine Summe von zwei Quadraten? Finden Sie, wenn möglich, eine Darstellung  $n = x^2 + y^2$ .

**Präsenzaufgabe 44.** Welche der Zahlen  $n = 100, 101, \dots, 150$  ist keine Summe von drei Quadraten?