

Präsenzübungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 11

Präsenzaufgabe 41. (a) Ein primitives pythagoreisches Tripel (x, y, z) mit geradem x hat bekanntlich die Form $(2uv, u^2 - v^2, u^2 + v^2)$ mit $u > v > 0$, u und v teilerfremd, u und v nicht beide ungerade. Zeigen Sie, dass $\frac{y+z}{x} = \frac{u}{v}$.

(b) Überprüfen Sie, dass $(28, 45, 53)$ ein primitives pythagoreisches Tripel ist und berechnen Sie die zugehörigen Zahlen u und v .

Präsenzaufgabe 42. Seien p eine Primzahl und x, y, z ganz. Zeigen Sie:

(a) $x^p + y^p = z^p \implies p \mid x + y - z$;

(b) $x^{p-1} + y^{p-1} = z^{p-1} \implies p \mid x$ oder $p \mid y$ oder $p \mid z$.

Präsenzaufgabe 43. Welche der Zahlen $n = 150, 151, 152, 153, 154$ ist eine Summe von zwei Quadraten? Finden Sie, wenn möglich, eine Darstellung $n = x^2 + y^2$.

Präsenzaufgabe 44. Welche der Zahlen $n = 100, 101, \dots, 150$ ist keine Summe von drei Quadraten?