

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 6

Aufgabe 21. (a) Bestimmen Sie die Reste von 5^6 , 5^8 und 1945^8 bei Division durch 7.

(b) Bestimmen Sie die Reste von 5^{10} , 5^{12} und 1945^{12} bei Division durch 11.

(c) Bestimmen Sie die Reste von 314^{162} bei Division durch 163, 7 und 165.

Aufgabe 22. (a) Bestimmen Sie die Reste von 2001^{2001} und 2011^{2011} bei Division durch 77.

(b) Bestimmen Sie die Endziffer in der Dezimaldarstellung von 2007^{2007} und von 4567^{123} .

Aufgabe 23. Zeigen Sie:

(a) Für jede Primzahl p gilt

$$1^{p-1} + 2^{p-1} + \cdots + (p-2)^{p-1} + (p-1)^{p-1} \equiv -1 \pmod{p}.$$

(b) Für jede Primzahl $p \neq 2$ gilt

$$1^p + 2^p + \cdots + (p-2)^p + (p-1)^p \equiv 0 \pmod{p}.$$

Aufgabe 24. Zeigen Sie: Für jede Primzahl $p \neq 2$ gilt

$$1^2 \cdot 3^2 \cdots (p-4)^2 \cdot (p-2)^2 \equiv (-1)^{(p+1)/2} \pmod{p}$$

und

$$2^2 \cdot 4^2 \cdots (p-3)^2 \cdot (p-1)^2 \equiv (-1)^{(p+1)/2} \pmod{p}.$$

Abgabe bis Freitag, 26.11.2010, 12:00 Uhr