

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 7

Aufgabe 25. Zeigen Sie: Für jede Primzahl p und $0 \leq k \leq p-1$ gilt

$$k!(p-1-k)! \equiv (-1)^{k+1} \pmod{p}.$$

Aufgabe 26. Bestimmen Sie die folgenden Werte der Eulerschen ϕ -Funktion:

(a) $\phi(36)$, $\phi(360)$, $\phi(3600)$;

(b) $\phi(42)$, $\phi(420)$, $\phi(4200)$.

Aufgabe 27. Zeigen Sie für $n \geq 1$:

(a) $\phi(n) = n \iff n = 1$;

(b) $\phi(n) = n/2 \iff n = 2^a$ mit $a \geq 1$;

(c) $\phi(n) = n/3 \iff n = 2^a 3^b$ mit $a \geq 1, b \geq 1$.

Aufgabe 28. (a) Zeigen Sie, dass es kein $n \geq 1$ gibt mit $\phi(n) = 14$.

(b) Bestimmen Sie alle $n \geq 1$ mit $\phi(n) = 24$.

Abgabe bis Freitag, 3.12.2010, 12:00 Uhr