

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 10

Aufgabe 37. (a) Zeigen Sie: Ist p ein Primteiler von $2^{2^n} + 1$ ($n \geq 1$), dann ist 2^{n+1} ein Teiler von $p - 1$ (bestimmen Sie die Ordnung von 2 modulo p).

(b) Finden Sie den kleinsten Primteiler von $2^{32} + 1$.

Aufgabe 38. Bestimmen Sie für $p = 23$ und für $p = 31$ alle ganzen a mit $1 \leq a \leq p - 1$, die quadratische Reste modulo p sind.

Aufgabe 39. Berechnen Sie die folgenden Legendre-Symbole:

(a) $\left(\frac{33}{71}\right), \left(\frac{34}{71}\right), \left(\frac{35}{71}\right), \left(\frac{36}{71}\right);$

(b) $\left(\frac{1234}{4567}\right), \left(\frac{4321}{4567}\right).$

Aufgabe 40. Bestimmen Sie alle Primzahlen $p \neq 3$ (bzw. $p \neq 5$ bzw. $p \neq 2, 5$) derart, dass 3 (bzw. 5 bzw. 10) ein quadratischer Rest modulo p ist.

Abgabe bis DONNERSTAG, 23.12.2010, 12:00 Uhr