

Übungen zu Vertiefung Elementare Zahlentheorie

WS 2010/2011, Blatt 12

Aufgabe 45. Sei p eine Primzahl derart, dass $p \equiv 3 \pmod{8}$ und $(p-1)/2$ ebenfalls eine Primzahl ist. Zeigen Sie, dass 2 eine Primitivwurzel modulo p ist. Finden Sie drei Beispiele solcher Primzahlen p .

Aufgabe 46. Sei p eine Primzahl derart, dass $p \equiv 7 \pmod{8}$ und $(p-1)/2$ ebenfalls eine Primzahl ist. Ist $(p-1)/2$ ein quadratischer Rest modulo p ? Finden Sie drei Beispiele solcher Primzahlen p .

Aufgabe 47. Sei (x, y, z) ein primitives pythagoreisches Tripel. Zeigen Sie:

- (a) Ist x gerade, dann ist x durch 4 teilbar.
- (b) Genau eine der Zahlen x und y ist durch 3 teilbar; z ist nicht durch 3 teilbar.
- (c) Genau eine der Zahlen x , y und z ist durch 5 teilbar.

Aufgabe 48. (a) Finden Sie alle pythagoreischen Tripel der Form $(x, x + y, x + 2y)$ (die Komponenten sollen also eine "arithmetische Progression" bilden).

(b) Finden Sie alle pythagoreischen Tripel der Form (x, xy, xy^2) (die Komponenten sollen also eine "geometrische Progression" bilden).

Abgabe bis Freitag, 21.1.2011, 12:00 Uhr