

AUSGEWÄHLTE KAPITEL: ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE BLATT 1

Aufgabe 1. ($1 + 1 + 1 + 1$) Teile im Folgenden die ganze Zahl n mit Rest durch die positive natürliche Zahl m . Falls nötig ist schriftliche Division zu verwenden.

(1) $n = 12245, m = 6$

(2) $n = 15, m = 21$

(3) $n = -312, m = 19$

(4) $n = -1018, m = 105$.

Aufgabe 2. ($2 + 2$) Es seien a und b ganze Zahlen. Gebe eine schlüssige Begründung für die folgenden Behauptungen:

- (i) Es gilt $7|(6a + b)$ genau dann, wenn $7|(b - a)$ gilt.
- (ii) Wenn eine der ganzen Zahlen $a + b$ oder $a - b$ gerade ist, so sind beide gerade. Wenn eine der ganzen Zahlen $a + b$ oder $a - b$ ungerade ist, so sind beide ungerade.

Hinweis: Für (i): Es muss begründet werden, dass aus $7|(6a + b)$ die Aussage $7|(b - a)$ folgt. Sowie zusätzlich, dass $7|(b - a)$ die Aussage $7|(6a + b)$ impliziert.

Für (ii): Auch hier wird in beiden Teilen eine Begründung für beide Richtungen benötigt.

Aufgabe 3. ($1 + 1 + 1$) In der Zaubererwelt gilt die (Geld-) Währung Galleonen, Sichel und Knut. Es gilt: 1 Galleone ist 18 Sichel, 1 Sichel ist 23 Knut. Der Umrechnungskurs zu Euro ist gegeben durch:

1 Euro entspricht 4 Sichel und 4 Knut.

- (1) Wieviele Galleonen bekommt man maximal für 100 Euro?
- (2) Wieviele Sichel bleiben abzüglich dieser Zahl Galleonen noch maximal übrig?
- (3) Wieviele Knut bleiben abzüglich der Galleonen und Sichel noch übrig?

Aufgabe 4. ($1 + 2 + 2$) Seien a, b, c ganze Zahlen. Gebe eine schlüssige Begründung für die folgenden Behauptungen:

- (i) Gilt $a|b$ und $b|c$, so gilt $a|c$.
- (ii) Gilt $a|b$ und $a|c$, so gilt $a = b$ oder $a = -b$.
- (iii) Sei $c \neq 0$ und $ac|bc$. Es gilt auch $a|b$.

Hinweis: (i) + (ii) sowie Aussagen mit ähnliche Begründungen sind in der Vorlesung zu finden. Für Teil (iii) kann das Folgende benutzt werden: Seien x und y zwei ganze Zahlen mit $xy = 0$. Dann gilt entweder $x = 0$ oder $y = 0$.

Die zu erreichenden Punkte sind jeweils in Klammern angegeben. Auf jedem Blatt können 16 Punkte erreicht werden. Die Abgabe erfolgt elektronisch über den Lernraum+. In Julias Tutorium darf auch im Kopierraum (V3-128) in Postfach 1 abgegeben werden.