

AUSGEWÄHLTE KAPITEL: ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE BLATT 2

Aufgabe 1. (1 + 1 + 4) Rechne von einem Ziffersystem um in ein Anderes.

- (1) 17_8 ins 10-er System.
- (2) 1234_{10} ins 7-er System.
- (3) Schreibe das kleine Einmaleins im 5-er System auf (1 Punkt) und berechne das Folgende mithilfe schriftlicher Multiplikation:
 - (a) $2_5 \cdot 234_5$
 - (b) $312_5 \cdot 23_5$
 - (c) $123_5 \cdot 123_5$

Aufgabe 2. (1 + 1 + 1) Es seien n, m in \mathbb{N} . Berechne $ggT(n, m)$ und finde ganze Zahlen x, y , so dass $ggT(n, m) = xn + ym$ gilt.

- (1) $n = 1425$ und $m = 266$,
- (2) $n = 602$ und $m = 786$,
- (3) $n = 2261$ und $m = 51510$.

Aufgabe 3. (1 + 2) Beantworte die folgenden Fragen.

- (1) Ein Fliesenleger hat Fliesen der Länge $a = 102\text{cm}$ und Breite $b = 96\text{cm}$. Er möchte ein Quadrat minimaler (positiver) Fläche mit ganzen Fliesen fliesen, wieviele Fliesen benötigt er?
- (2) Ein Maurer hat Ziegelsteine der Maße $a \times b \times c$ mit
$$a = 40\text{cm}, \quad b = 30\text{cm}, \quad c = 9\text{cm},$$
er baut einen Würfel minimalen (positiven) Volumens; wieviele Steine braucht er?

Aufgabe 4. (4) Seien a und b zwei ganze Zahlen. Begründe, dass die Menge

$$T := \{ ax + by \mid x \text{ und } y \text{ beliebige ganze Zahlen} \}$$

und die Menge der Vielfachen von $d := ggT(a, b)$ gleich sind.

Hinweis: Es sind zwei Dinge zu begründen:

- (1) Jede Zahl in der Menge, die wir T genannt haben, ist ein Vielfaches von d . Hierfür hilft Satz 1 (iii).
- (2) Jedes Vielfache nd von d , mit n eine ganze Zahl, lässt sich schreiben als $nd = a_1x + b_1y$ für zwei ganze Zahlen a_1 und b_1 . Für diese Begründung hilft ein passender Satz aus der Vorlesung!