

Übungen 2

1) Gegeben seien drei Punkte im Raum durch ihre kartesischen Koordinaten $P_1 = (7, 3, 1)$, $P_2 = (5, 1, 1)$, $P_3 = (8, 3, 3)$.

Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks, das diese Punkte als Eckpunkte hat?

2) Im folgenden bezeichnen $s_1, s'_1, s_2, s'_2, s_3, s'_3$ Spaltenvektoren im Raum. Die Determinante ist eine lineare Funktion in der ersten Spalte. Darunter versteht man, dass die folgenden Gleichungen gelten:

$$\begin{aligned}\det(s_1 + s'_1, s_2, s_3) &= \det(s_1, s_2, s_3) + \det(s'_1, s_2, s_3) \\ \det(\lambda s_1, s_2, s_3) &= \lambda \det(s_1, s_2, s_3), \quad \lambda \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

Schreiben Sie die Gleichungen auf, die besagen, dass \det linear in der zweiten und dritten Spalte ist.

Was heisst, dass \det auch linear in jeder Zeile ist?

3) Schreiben Sie den Entwicklungssatz für

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},$$

bezüglich der 2. Spalte und bezüglich der 2. Zeile hin.

Man berechne die folgende Determinante mit diesen beiden Entwicklungssätzen:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

4) Durch die folgenden Punkte im Raum $A = (1, 3, 1)$, $B = (-6, 1, 2)$, $C = (4, 4, 4)$ geht genau eine Ebene E . Man finde einen Vektor, der auf E senkrecht steht.

Abgabe am 27.4.2012.