

Bielefeld, den 18.4.12

Übungen 3

1) In den Ebenen E und E' seien kartesische Koordinaten gegeben. Eine affine Abbildung $\pi : E \rightarrow E'$ sei durch folgende Gleichungen gegeben

$$x' = 3x, \quad y' = 5y.$$

Hat also ein Punkt P von E die Koordinaten (x_0, y_0) , so hat der Bildpunkt $\pi(P)$ die Koordinaten $(3x_0, 5y_0)$. Was ist das Bild des Einheitskreises $x^2 + y^2 \leq 1$ bei der Abbildung π ? Was ist des Flächeninhalt des Bildes?

2) Man bilde die folgenden Produkte im Sinne von Matrizen:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3) Es seien $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ drei räumliche Vektoren. Man beweise die Gleichung:

$$(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}).$$

4) Es seien $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ drei Vektoren, so dass

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}.$$

Man beweise die Gleichungen:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{c} \times \mathbf{a}.$$

Abgabe am 4.5.2012.