

Bielefeld, den 3.5.12

Übungen 5

1) Man finde die partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen in mehreren Variablen:

$$F(x, y, z) = x^5 y^6 z^7, \quad G(x, y) = x^y, \text{ wo } x > 0,$$

$$H(x, y) = \sqrt[3]{\ln x + \ln y}, \text{ wo } x > 0, y > 0.$$

2) In welcher Richtung in der $x - y$ -Ebene vom Punkt $(1, 1)$ sinken die Werte der folgenden Funktion am schnellsten.

$$x^7 - 2xy + y^3.$$

In welcher Richtung ist die Steigung 100 Prozent?

3) Es sei K ein Kreis mit dem Mittelpunkt M . Wir betrachten die Menge aller Dreiecke ABC , deren Eckpunkte A, B, C auf dem Kreis K liegen. Für welche Dreiecke dieser Menge ist der Flächeninhalt maximal. (Hinweis: Es sei $\alpha = \angle BMC$, $\beta = \angle CMA$ und $\gamma = \angle AMB$. Man betrachte den Flächeninhalt des Dreiecks als Funktion dieser Winkel.)

4) Es sei $c > 0$ eine fest gewählte reelle Zahl. Man betrachte vier positive Zahlen x, y, z, t , so dass

$$xyzt = c^4.$$

Wir muss man x, y, z, t wählen, damit

$$x + y + z + t$$

minimal ist.

Abgabe am 18.5.2012.