Bielefeld, den 14.12.11

Übungen 10

1) Man finde eine Parameterdarstellung der Geraden g durch die folgenden Punkte

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Man finde eine Parameterdarstellung der Geraden h durch die folgenden Punkte

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

In welchem Punkt schneiden sich diese Geraden?

2) Wir betrachten den Einheitskreis mit in der Parameterdarstellung

$$x = \cos t, \qquad y = \sin t.$$

Man berechne die Tangente im Punkt $t = \pi/3$. Die Lösung soll die Tangente in Parameterdarstellung und als Gleichung enthalten.

3) Es sei $f(x)$ eine Funktion. Ihr Graph genügt der Gleichung $y = f(x)$. Man kann das auch als Parameterdarstellung auffassen:

$$x = t, \qquad y = f(t).$$

Man finde die Tangente in einem Punkt $(t_0, f(t_0))$ in Form einer linearen Gleichung

$$y = ax + b.$$

Die Zahlen a und b sind durch die Funktion f und ihre Ableitung auszudrücken.

4) Es seien A_1, A_2, A_3 drei Punkte der Ebene. Es seien λ_1, λ_2, λ_3 drei reelle Zahlen, so dass

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1.$$

Wir fixieren einen Punkt P. Wir verschieben P mit dem Vektor

$$\lambda_1 \overrightarrow{PA_1} + \lambda_2 \overrightarrow{PA_2} + \lambda_3 \overrightarrow{PA_3}$$

und erhalten einen Punkt S. Dann gilt nach Definition

$$\overrightarrow{PS} = \lambda_1 \overrightarrow{PA_1} + \lambda_2 \overrightarrow{PA_2} + \lambda_3 \overrightarrow{PA_3}.$$

Man beweise, dass diese Gleichung auch gilt, wenn man P durch einen beliebigen anderen Punkt Q ersetzt.

(Man beachte, dass nach Definition der Vektoraddition die folgende Gleichung gilt:

$$\overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PS} - \overrightarrow{PQ}.)$$

Man nennt S den Schwerpunkt der gewichteten Punkte (A_1, λ_1), (A_2, λ_2) und (A_3, λ_3).