

Bielefeld, den 23.11.11

## Übungen 7

1) In der Vorlesung wurden die Potenzreihen der Funktionen  $\sin x$  und  $\cos x$  angegeben:

$$\begin{aligned}\sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \dots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \dots\end{aligned}$$

Man beweise zeige, dass

$$\begin{aligned}d \cos x &= (-\sin x)dx + \mathbf{o}(|dx|) \\ d \sin x &= (\cos x)dx + \mathbf{o}(|dx|)\end{aligned}$$

Die Fehlerterme auf der rechten Seite soll man dabei ignorieren.

2) Es seien  $f$  und  $g$  zwei Funktionen. Dann gilt nach der Vorlesung die Leibnizformel:

$$d(fg) = f dg + g df + \mathbf{o}(|dx|).$$

Man betrachte den Fall  $f(x) = g(x) = \sqrt{x}$ . Man beweise, dass

$$d(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx + \mathbf{o}(|dx|).$$

3) Es sei  $e$  die Eulersche Zahl. Man berechne das Integral

$$\int_1^e \frac{1}{x} dx.$$

4) Man finde eine Zahl  $a$ , so dass

$$\left(\frac{de^{\sin x}}{dx}\right)_{|\pi} = a + \mathbf{o}_\pi(1).$$