Elementare Geometrie, Übung 11

1) Es sei K ein Kreis und P ein Punkt außerhalb des Kreises. Es sei PCD eine Sehne an K von P aus und es sei PT eine Tangente.

Man beweise, dass $|PT|^2 = |PC||PD|$

Hinweis: Die Dreiecke PTD und PTC sind ähnlich.

2) Man beweise den Satz von Gergonne:

Es sei ABC ein Dreieck und $\mathcal{K}$ sein Inkreis. Es sei E der Berührungspunkt von $\mathcal{K}$ mit $\overline{AB}$, es sei F der Berührungspunkt von $\mathcal{K}$ mit $\overline{BC}$ und es sei G der von $\mathcal{K}$ mit $\overline{AC}$.

Dann schneiden die Geraden AF, CE und BG in einem Punkt.

(Hinweis: Man berechne den CM-Quotienten. CM = Ceva-Menelaus)

3) Es seien K_1 und K_2 zwei Kreise mit den Mittelpunkten O_1 und O_2 und den Radien r_1 und r_2. Die Kreise mögen sich in einem Punkt A berühren.

Man konstruiere einen Kreis K, der die beiden Kreise K_1 und K_2 berührt, und der sie beide in seinem Innern erhält.

4) Es sei ABC ein Dreieck. Wir bezeichnen mit a, bzw. b, bzw. c die Länge der Seite, welche dem Punkt A, bzw. B, bzw. C gegenüberliegt. Wir bezeichnen den Schnittpunkt der Winkelhalbierenden mit W.

Die Winkelhalbierende des Winkels im Punkt C schneide die gegenüberliegende Seite $\overline{AB}$ im Punkt F.

Man beweise, dass

$$\frac{|WC|}{|WF|} = \frac{a+b}{c}, \qquad \frac{|WC|}{|FC|} = \frac{a+b}{a+b+c}.$$

(**Hinweis:** Man wende Menelaus auf das Dreieck CFB an.)

Abgabetermin: Mittwoch, den 2.Juli 2014