**Geometrie, Übung 1**

1) Es sei $(\mathbb{A}, V, +)$ ein affiner Raum. Es seien $P_0, \ldots, P_t \in \mathbb{A}$. Es sei $\mathbb{B} := \mathcal{H}(P_0, \ldots, P_t) \subset \mathbb{A}$ der affine Unterraum, der von den Punkten $P_0, \ldots, P_t$ aufgespannt wird.

Man beweise, dass $\mathbb{B}$ aus allen Punkten besteht, die sich als Schwerpunkte von gewichteten Punkten $(P_0, \xi_0), (P_1, \xi_1), \ldots, (P_t, \xi_t)$ schreiben lassen, wobei $\xi_i \in K$ beliebig, so dass $\xi_0 + \ldots + \xi_d \neq 0$..

2) Es seien $A, B, B', A' \in \mathbb{A}$ Punkte, so dass $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$. (In diesem Fall, nennt man $ABB'A'$ ein Parallelogramm.)

Man beweise, dass es einen Punkt $M$ gibt, so dass

$$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB'}, \quad 2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA'}.$$

Anschaulich bedeutet das, dass sich die Diagonalen in einem Parallelogramm gegenseitig halbieren.

3) Es seien $A_1, A_2, A_3 \in \mathbb{A}$. Man zeige, dass es Punkte $B_1, B_2, B_3$ gibt, so dass $A_1$ der Mittelpunkt von $B_1B_2$ ist, $A_2$ der Mittelpunkt von $B_2B_3$ und $A_3$ der Mittelpunkt von $B_3B_1$.

4) Wir betrachten den affinen Raum $(\mathbb{A}, V, +) = (\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d, +)$. Die folgenden Punkte bilden einen Rahmen:

$$R_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}, \ R_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}, \ R_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{pmatrix}, \ \ldots \ R_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Was sind baryzentrische Koordinaten des Punktes

$$P = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \cdots \\ \xi_d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^d$$

bezüglich des Rahmens $R_0, R_1, \ldots, R_d$?

**Abgabetermin: Donnerstag, den 23.10 2014**