Geometrie, Übung 2

1) Es sei ABC ein Dreieck in der Ebene. Wir betrachten baryzentrische Koordinaten bzgl. des Rahmens A, B, C.

Berechnen Sie die baryzentrischen Koordinaten des Schnittpunktes der Höhen und des Schnittpunktes der Winkelhalbierenden. Für die Formeln sollen Sie die Längen der Seiten und die trigonometrischen Funktionen der Winkel von ABC benutzen.

(In der Abbildung zu dieser Aufgabe sehen Sie eine Winkelhalbierende, die die gegenüberliegende Seite in W trifft. Wieso sind die gestrichelten Linien gleich lang? (Kongruenzsätze))

2) Es sei ABC ein Dreieck und $\mathcal{K}$ sein Inkreis. Es sei E der Berührungspunkt von $\mathcal{K}$ mit der Strecke $\overline{AB}$, es sei F der Berührungspunkt von $\mathcal{K}$ mit der Strecke $\overline{BC}$ und es sei G der von $\mathcal{K}$ mit der Strecke $\overline{AC}$.

Beweisen Sie, dass sich die Geraden CE, AF und BG in einem Punkt schneiden. (Satz von Gergonne)

3) Es sei $(\mathbb{A}, V, +)$ ein affiner Raum über einem Körper K, so dass $\dim_K = d$. Es sei $R_0, \ldots, R_d$ ein Rahmen. Er definiert baryzentrische Koordinaten.

Es seien $P, Q \in \mathbb{A}$ zwei verschiedene Punkte mit den normierten baryzentrischen Koordinaten $\breve{P}, \breve{Q} \in K^{d+1}$. Es seien $\lambda, \mu \in K$, so dass $\lambda + \mu = 1$.

Man beweise, dass der Schwerpunkt von (P, λ) und (Q, μ) die normierten baryzentrischen Koordinaten

$$\lambda\breve{P} + \mu\breve{Q}$$

hat.

4) Es sei ABC ein Dreieck. Es seien $E \in BC$, $F \in AC$ und $G \in AB$ Punkte, die verschieden von den Eckpunkten des Dreiecks sind. Der CM-Quotient sei 1.

Beweisen Sie, dass die Punkte E, F, G auf einer Geraden liegen. Argumentieren Sie zuerst mit Schwerpunkten. Dann leiten Sie die Behauptung aus ihrer Umkehrung ab, die in der Vorlesung bewiesen wurde.

Abgabetermin: Donnerstag, den 30.10 2014