Lineare Algebra, Übung 1

1) Man beweise, dass für drei Mengen A, B, C gilt:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

2) Es sei $f : M \to N$ eine Abbildung von Mengen. Es seien $A \subset M$ und $B \subset N$ Teilmengen. Dann definiert man

$$f(A) = \{f(m) \mid m \in A\} \subset N, \quad f^{-1}(B) = \{m \in M \mid f(m) \in B\} \subset M.$$

Man beweise die Projektionsformel:

$$f(f^{-1}(B) \cap A) = B \cap f(A).$$

3) Wir betrachten Abbildungen $f : M \to N$. Dann gilt im allgemeinen nicht, dass für beliebige Teilmengen $A, B \subset M$:

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B). \tag{1}$$

Man gebe ein Beispiel einer Abbildung f, so dass (1) falsch ist.

Man charakterisiere die Abbildungen, für die (1) stets erfüllt ist.

4) Es seien $f : M \to N$ und $g : L \to M$ Abbildungen von Mengen. Es sei $h = f \circ g : L \to N$ ihr Kompositum.

Man beweise:

(1) Wenn h injektiv ist, so ist g injektiv.

(2) Wenn h surjektiv ist, so ist f surjektiv.

Abgabe bis Donnerstag, 21.4.2016, 14:00