Lineare Algebra, Übung 2

1) Es sei $(P, \circ)$ die Permutionsgruppe der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Wir betrachten die folgenden Elemente:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Man berechen $\sigma \circ \tau$, $\tau \circ \sigma$ und σ^{-1} das inverse Element zu σ.

2) Nach der Vorlesung gibt es eine Abbildung $\mathbf{s}$, die folgendes Diagramm kommutativ macht:

$$\begin{tikzcd} \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \arrow[r, "+"] \arrow[d, "\nu \times \nu"'] & \mathbb{Z} \arrow[d, "\nu"] \\ \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \arrow[r, "\mathbf{s}"] & \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \end{tikzcd} \tag{1}$$

Es sei $n = 7$. Es seien $A_0, A_1, \ldots, A_6$ die Restklassen. Man berechne $A_5 \; \mathbf{s} \; A_4$? (Man schreibt gewöhnlich $A_5 + A_4$).

3) Man beweise, dass es eine Abbildung $\mathbf{p}$ gibt, so dass folgendes Diagramm kommutativ ist

$$\begin{tikzcd} \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \arrow[r, "\cdot"] \arrow[d, "\nu \times \nu"'] & \mathbb{Z} \arrow[d, "\nu"] \\ \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \arrow[r, "\mathbf{p}"] & \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \end{tikzcd} \tag{2}$$

4) Es sei U eine Drehung des Raumes und es sei $T = \overrightarrow{PQ}$ ein Vektor. Dann haben wir die Drehung des Vektors definiert:

$$U_v(T) = \overrightarrow{U(P)U(Q)}.$$

Man beweise, dass $U_v(T) = U \circ T \circ U^{-1}$. Hier ist U^{-1} die Umkehrabbildung.

Abgabe bis Donnerstag, 28.4.2016, 14:00